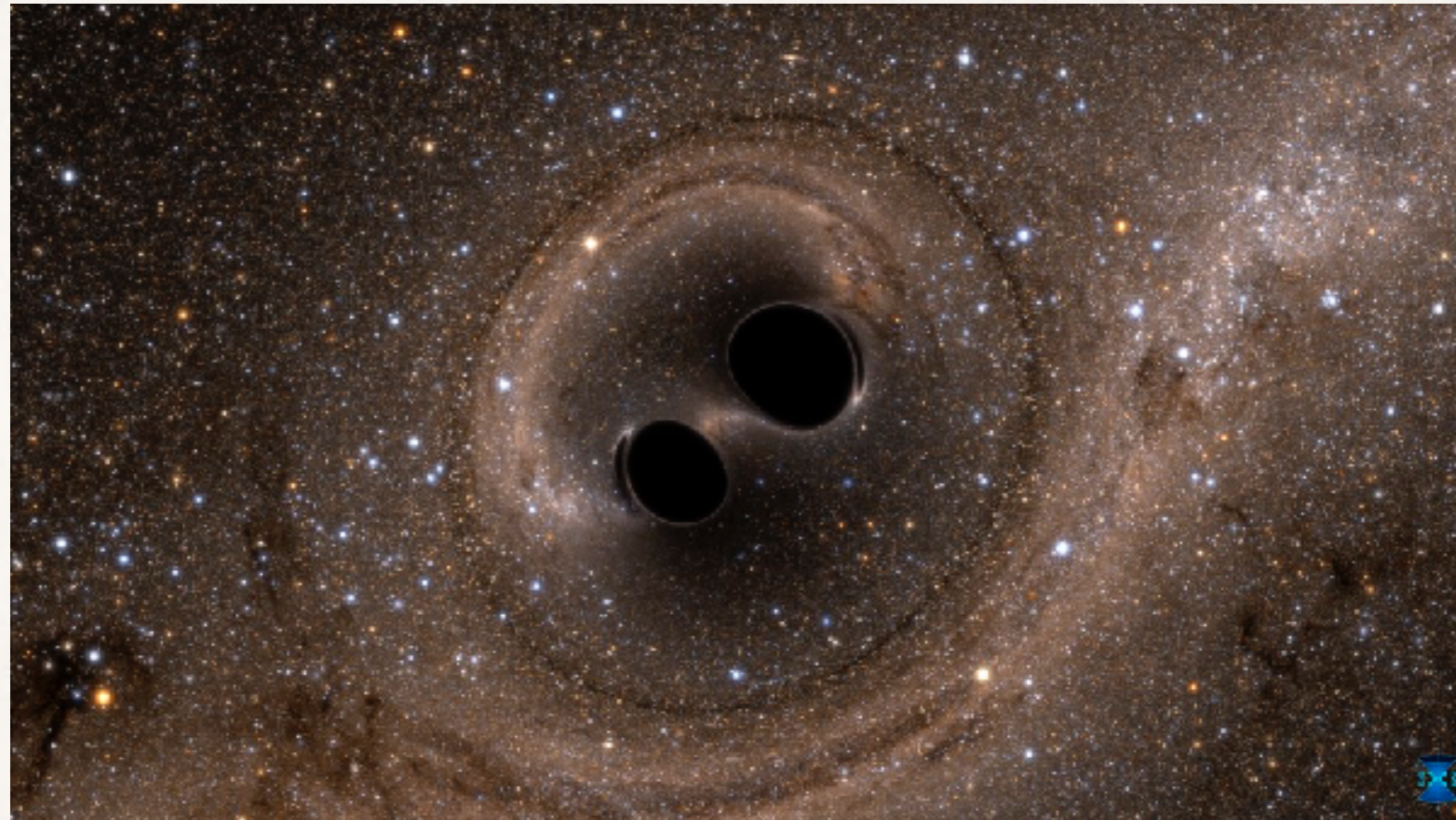




**DIPARTIMENTO DI
FISICA E GEOLOGIA**

Università degli Studi di
Perugia, Italia

Dalle Onde Gravitazionali verso una nuova fisica



Gianluca Grignani

Dipartimento di Fisica e Geologia, Università di Perugia e Sezione I.N.F.N. di Perugia

La Fisica dei Buchi Neri

La fisica dei buchi neri

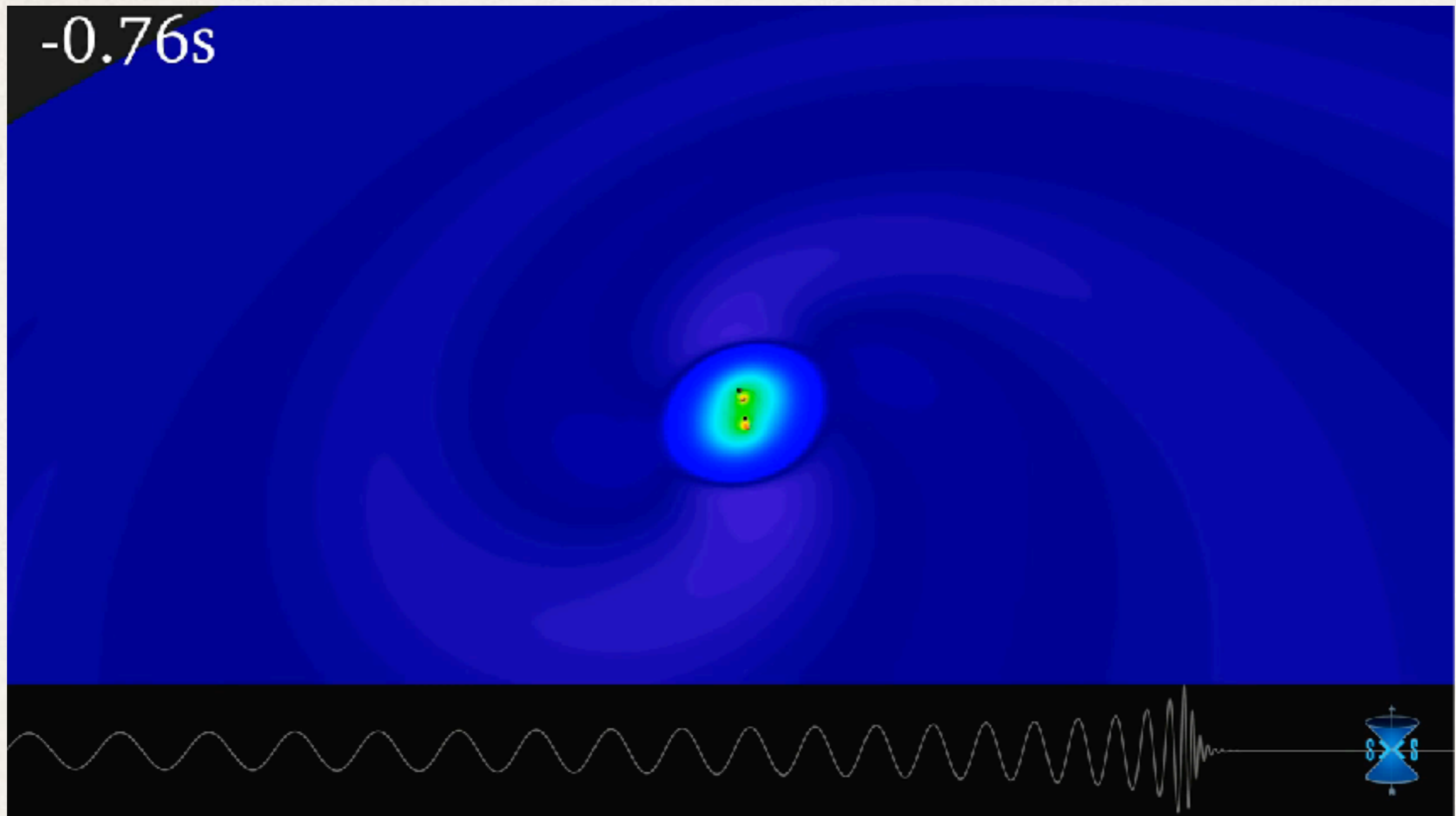


Coalescenza di buchi neri

- **GW150914**: il 14 settembre 2015 alle 11.51 dell'ora legale italiana i due interferometri di LIGO a Livingstone, Louisiana e (7 ms dopo) a Hanford, Washington, hanno misurato il segnale di un'onda gravitazionale proveniente da un sistema di due **buchi neri**.
- **GW151226, 14.2+7.5** → **20.8** masse solari (BH)
- **GW170104, 31.2+19.4** → **48.7** masse solari (BH)
- **GW170814, 30.5+25.3** → **53.2** masse solari (BH)
- **GW170817, ~1.5+~1.3** → **~2.7** masse solari (NS)
- L'onda gravitazionale **GW150914** si è generata, 1.3 miliardi di anni fa, nella fase finale (circa 0.2 sec) della coalescenza di due **buchi neri** che si sono uniti per formarne uno solo più massivo e rotante.



Coalescenza di buchi neri (GW150914)



- Basandosi sulla forma del segnale si è potuto stimare che le massa dei due buchi neri erano di circa 29 e 36 masse solari e che il buco nero risultante era solo di 62 masse solari.

$$29M_{\odot} + 36M_{\odot} = 65M_{\odot} \quad 3M_{\odot} \text{ in onde gravitazionali}$$

La fisica dei buchi neri



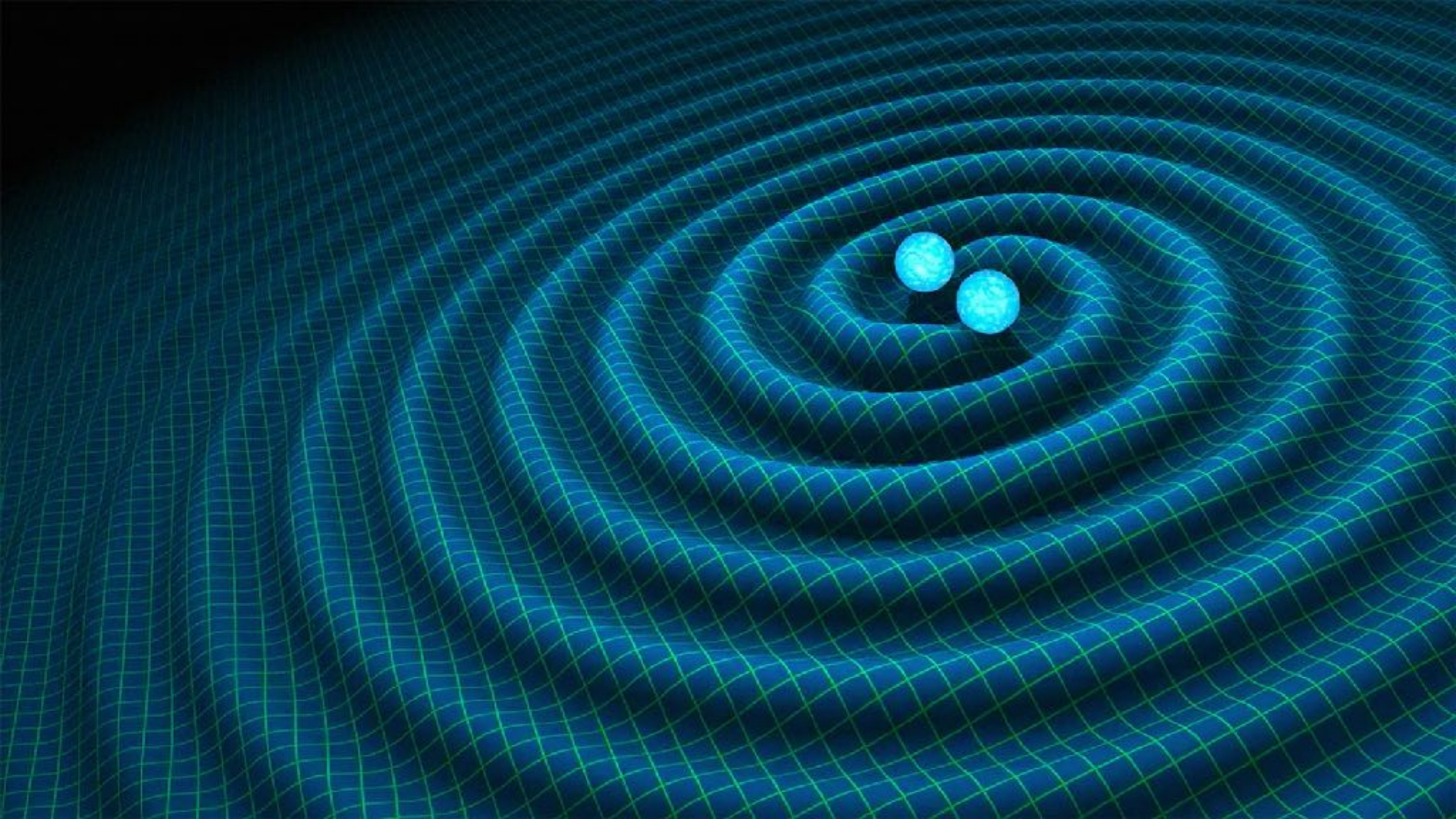
Coalescenza di buchi neri (GW150914)

- Secondo la relatività generale due buchi neri che ruotano uno attorno all'altro perdono energia attraverso l'emissione di onde gravitazionali, questo causa il loro avvicinamento nel corso di miliardi di anni e poi molto più rapidamente nei minuti finali.
- Durante la frazione di secondo (circa 0.2 sec) finale i due buchi neri ruotano uno attorno all'altro ad una velocità di circa $c/2$ si uniscono e formano un unico buco nero più massivo convertendo circa tre masse solari in energia attraverso la:

$$E = mc^2$$

- Quella di LIGO-VIRGO è la prima osservazione diretta delle onde gravitazionali, ma è anche la prima prova sperimentale diretta dei **buchi neri** previsti dalla teoria della relatività generale.



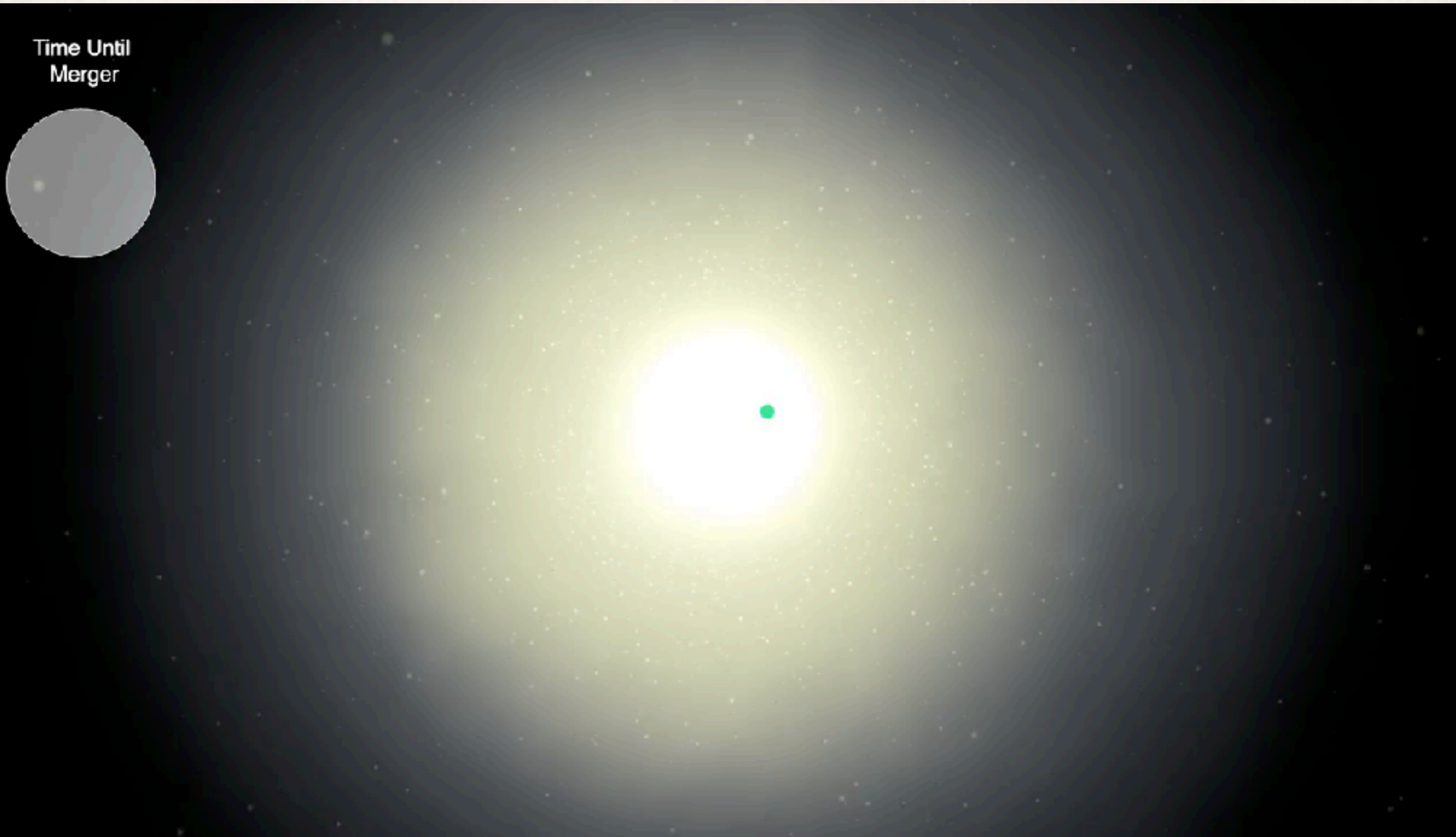


- Due stelle di neutroni che ruotano una intorno all'altra emettono onde gravitazionali e si avvicinano! Hulse e Taylor (Nobel 1993) studiarono un sistema binario costituito da una pulsar e una stella di neutroni.



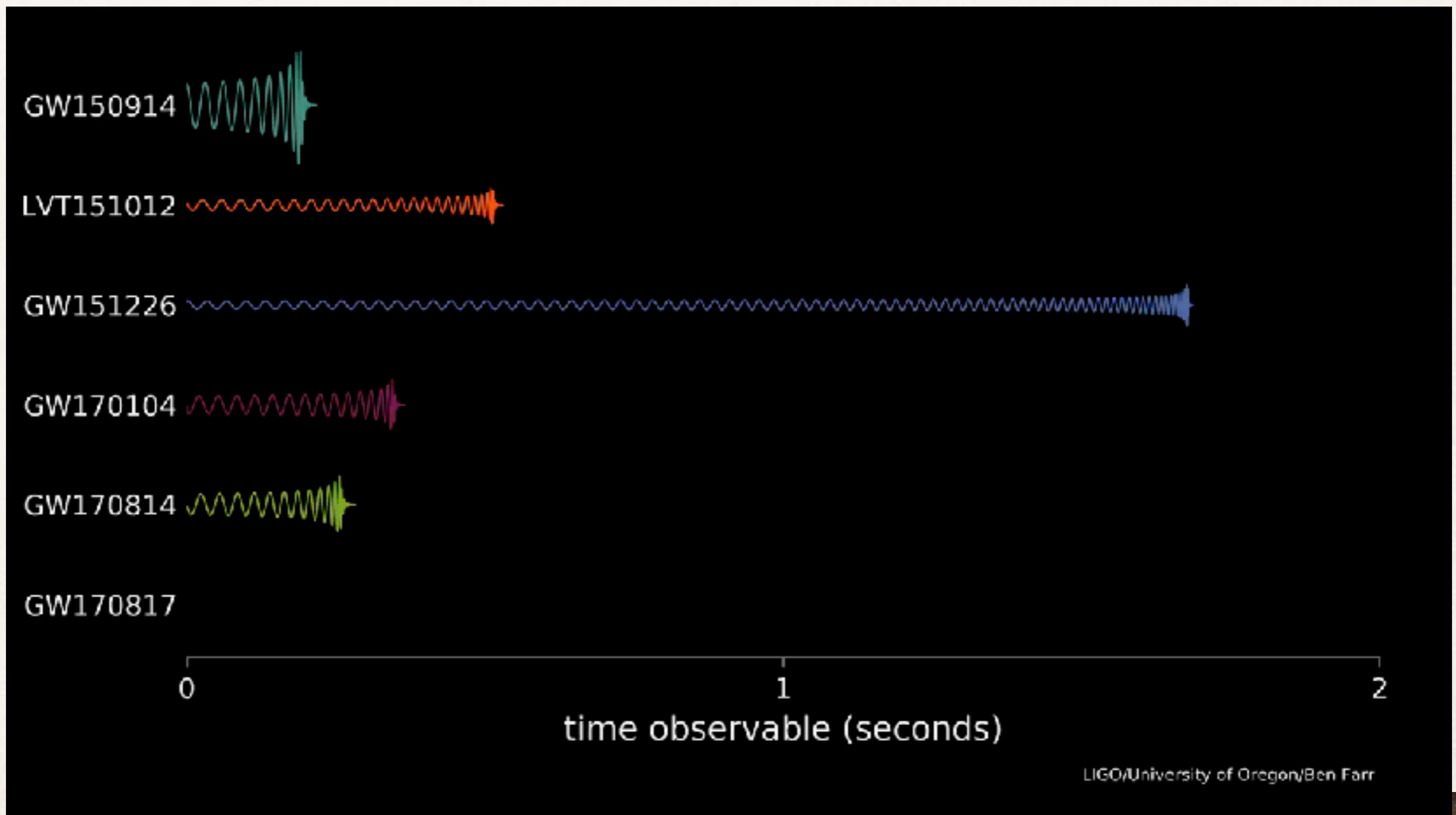
Coalescenza di stelle di neutroni (GW170817)

Time Until
Merger



Neutron stars and black holes

- Il segnale dovuto alle stelle di neutroni è molto più lungo, è durato circa un minuto (1500 cicli osservati), quello dei buchi neri al più un paio di secondi.



Neutron stars and black holes

- Le stelle di neutroni osservate sono molto meno pesanti dei buchi neri:

$$1.4M_{\odot} < M_{\text{NS}} < 3M_{\odot}$$

$$3M_{\odot} < M_{\text{BH}} < 10^9 M_{\odot}$$

- Le stelle di neutroni ruotano attorno a se stesse, i buchi neri non necessariamente.
- I buchi neri hanno un orizzonte degli eventi, le stelle di neutroni no.
- Stelle di neutroni hanno un raggio tipico di circa 10 km.
- Raggio dell'orizzonte degli eventi di un buco nero:

$$10 \text{ km} < r_g < 10^{12} \text{ km}$$



Definizione:

- Un **buco nero** è una regione dello spazio-tempo in cui il campo gravitazionale è talmente forte da precludere anche alla luce di uscire dalla regione stessa.
- Un buco nero si forma quando un corpo di massa M si contrae ad una dimensione minore del cosiddetto **raggio gravitazionale:**

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}$$

- G è la costante gravitazionale di Newton
- c è la velocità della luce
- La velocità necessaria per lasciare il buco nero e andare all'infinito (**velocità di fuga**) è c , **che è la velocità limite!**
- Conclusione del tutto generale perché l'interazione gravitazionale è universale: **qualunque oggetto con un'energia non nulla partecipa all'azione gravitazionale. Quindi anche la luce!**



Raggio gravitazionale

- Nel 1784 un docente di Cambridge, Rev. John Michell, formulò il concetto di **stella nera**: un corpo con massa e densità tali da intrappolare i raggi luminosi a causa della sua enorme attrazione gravitazionale.
- Energia potenziale + cinetica sulla superficie = 0 = energia all' infinito, in equazioni:

$$\frac{GMm}{r} = \frac{1}{2}mv_e^2 \quad \Rightarrow \quad v_e = \sqrt{\frac{2MG}{r}}$$

- Sostituendo alla velocità di fuga la velocità della luce:

$$r_g = \frac{2GM}{c^2} \quad \text{per una massa} \quad M > \frac{c^2 r_g}{2G}$$

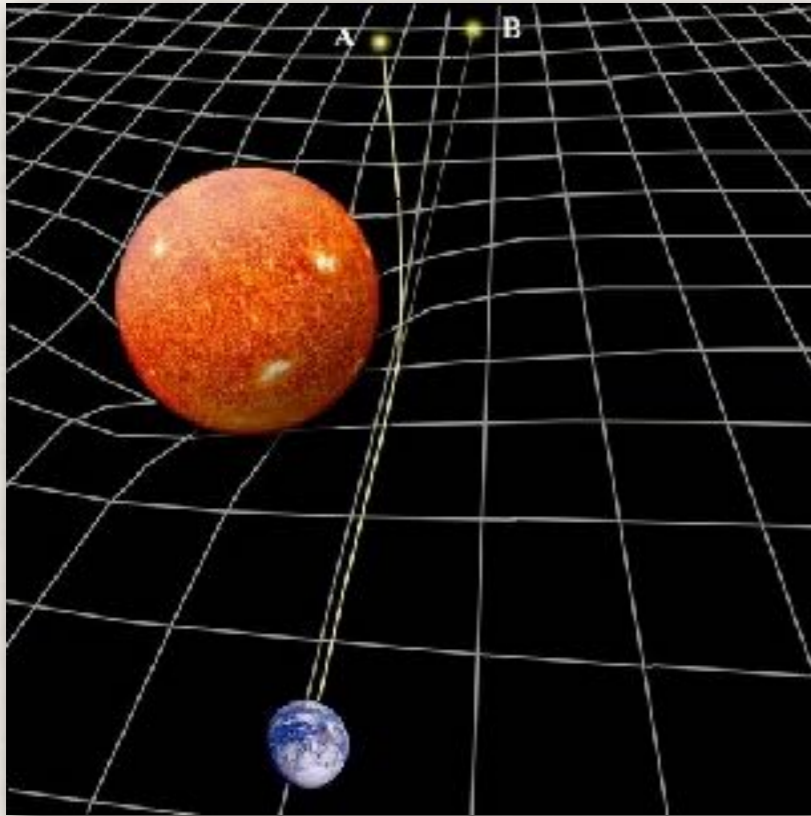
niente può sfuggire ad una distanza $r > r_g$



La relatività generale di Einstein

geometrizzazione della forza gravitazionale

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$



Teoria *classica* dello spazio-tempo
Ha passato con successo vari test sperimentali ... sin dalla sua nascita (Eddington 1919) ... e descrive il moto dei pianeti e delle stelle, nonché l'evoluzione dell'Universo
Gps, satelliti, razzi....

- Soluzione di Schwarzschild (1916)

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right) dt^2 + \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

- Oltre a presentare una singolarità al centro $r = 0$ questa soluzione ha una singolarità sulla superficie sferica di raggio pari al raggio gravitazionale r_g !



Raggio gravitazionale

- Per lungo tempo si pensò che la natura non potesse ammettere un corpo le cui dimensioni fossero comparabili al raggio gravitazionale. Per il sole:

$$r_g = \frac{2GM_{\odot}}{c^2} = \frac{2 \times 6.6710^{-11} \times 1.98892 \times 10^{30}}{9 \times 10^{16}} m \simeq 3000m$$

Per la terra:

$$r_g = \frac{2GM_T}{c^2} = \frac{2 \times 6.6710^{-11} \times 5.972 \times 10^{24}}{9 \times 10^{16}} m \simeq 9 \text{ mm}$$

Per Gianluca:

$$r_g = \frac{2GM_{GG}}{c^2} = \frac{2 \times 6.6710^{-11} \times 90}{9 \times 10^{16}} m \simeq 1.5 \times 10^{-25} m$$

Per il buco nero super massivo al centro della galassia:

$$r_g = \frac{2GM_{BH}}{c^2} = \frac{2 \times 6.6710^{-11} \times 5. \times 10^{36}}{9 \times 10^{16}} m \simeq 7.4 \times 10^{12} m$$



Raggio gravitazionale e raggio di Schwarzschild

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right) dt^2 + \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

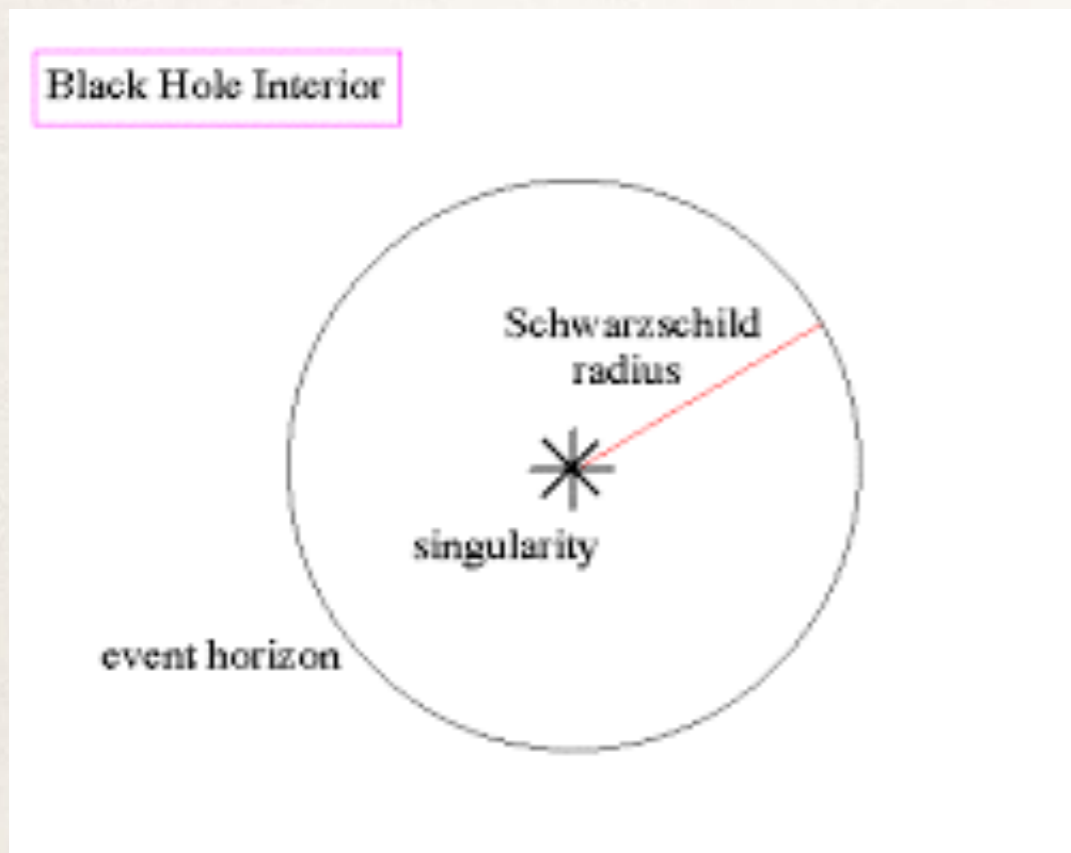
- La “singolarità di Schwarzschild” si ha proprio per:

$$r_S \equiv r_g = \frac{2GM}{c^2}$$

- L'esistenza di questo raggio a cui la soluzione sembra sviluppare una singolarità ha causato 40 anni di discussioni, confusioni e errori...
- Ora sappiamo che il raggio gravitazionale è il raggio della sfera che descrive l'**orizzonte degli eventi** la superficie superata la quale niente può più uscire dal buco nero.



Orizzonte degli eventi per buco nero di Schwarzschild



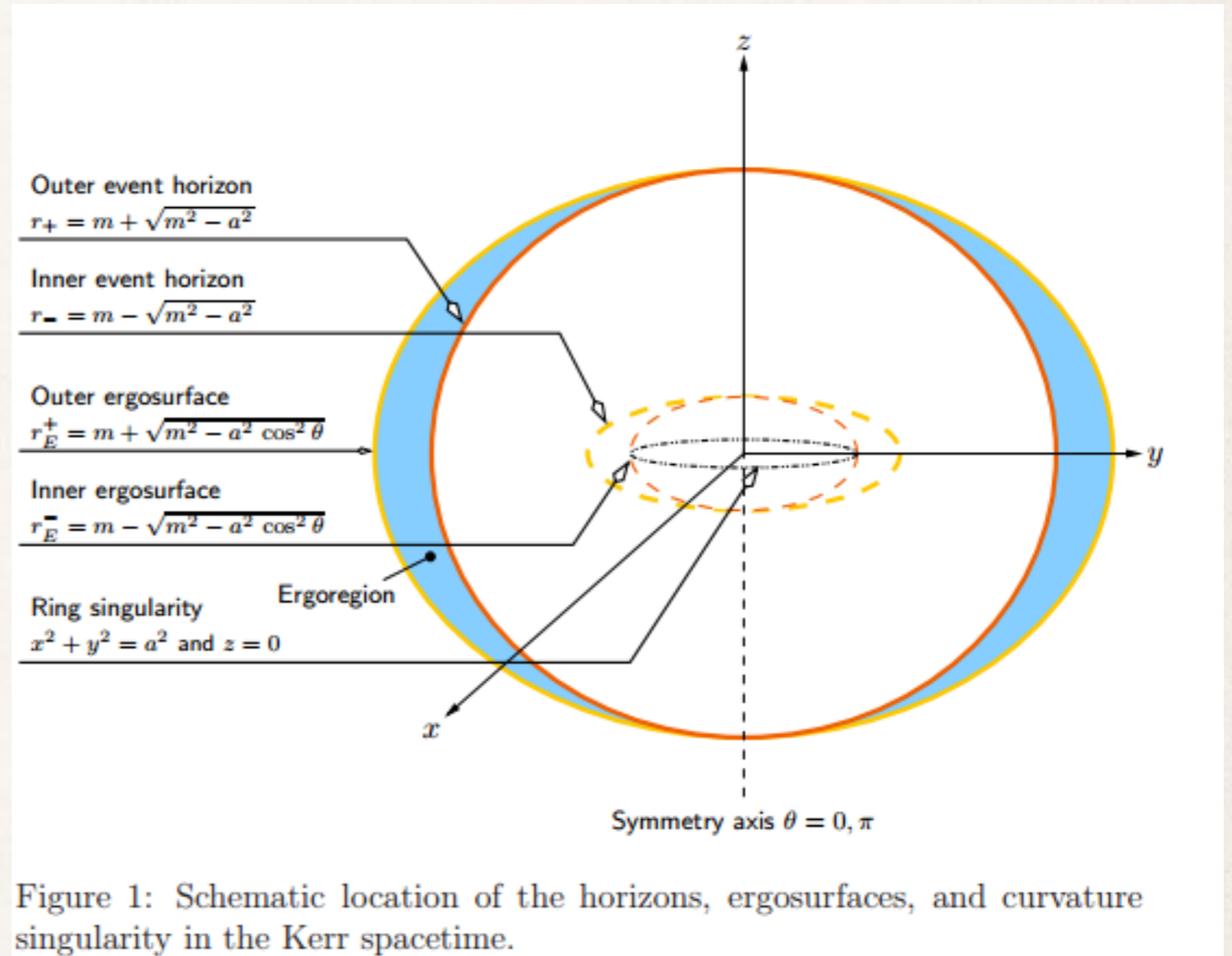
- Simmetria sferica dell'orizzonte degli eventi per un buco nero di Schwarzschild



Meccanismo di Penrose

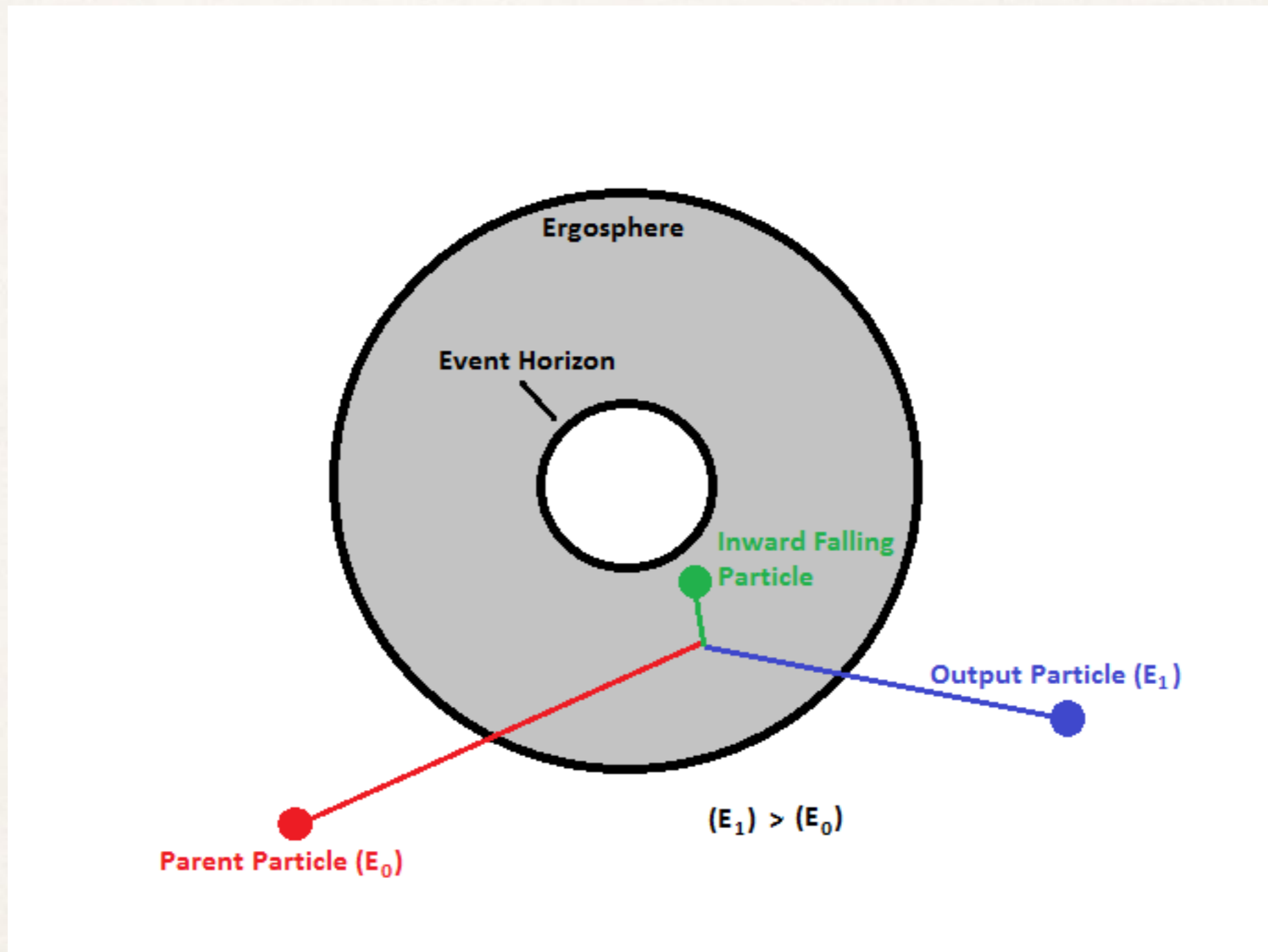
Extraction of Rotational Energy from a black hole, Nature (1971)

- **Ergosfera** in un buco nero ruotante cioè di Kerr
- Particelle con energia negativa possono esistere nell'ergosfera e cadendo nel buco nero ne diminuiscono la massa



Meccanismo di Penrose

Extraction of Rotational Energy from a black hole, Nature (1971)



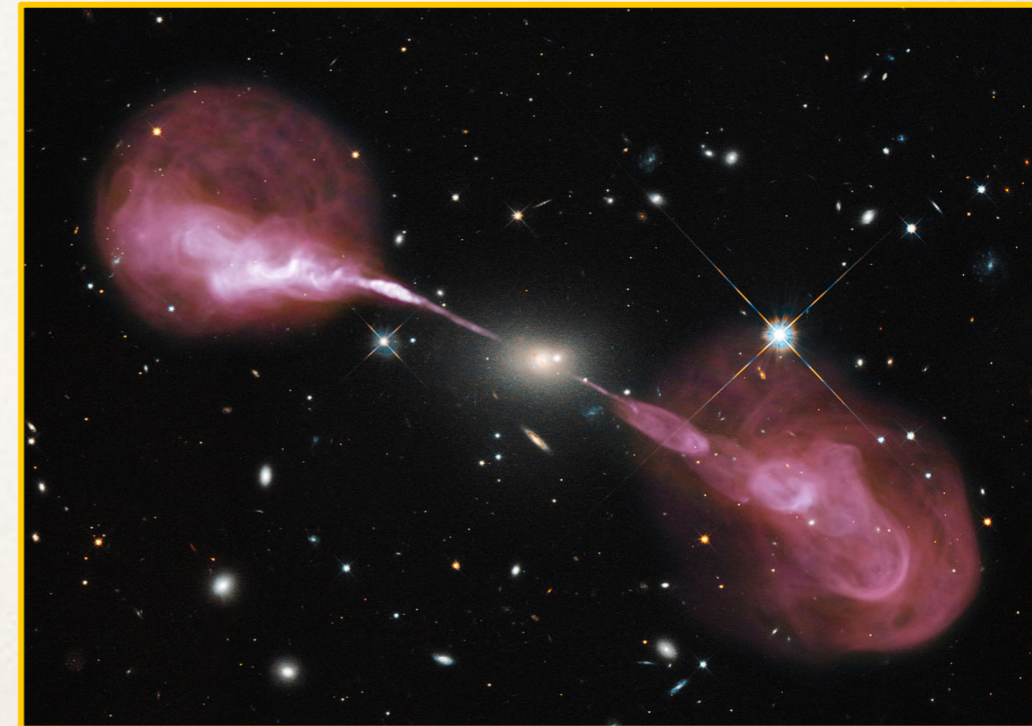
Meccanismo di Penrose in sistemi reali

Blandford-Znajek (1973)



A sinistra: l'immagine della galassia Centaurus A. L'immagine è stata creata sovrapponendo le osservazioni nello spettro visibile con i raggi X in blu. La radiazione X è generata dalla emissione di getti relativistici dal centro della galassia dove c'è un buco nero

A destra: Hercules A radio source in the 3C 348 elliptical galaxy. One can see really collimated jets emitted from the galactic nucleus. This picture is obtained superimposing an optical observation with a radio one (in red)



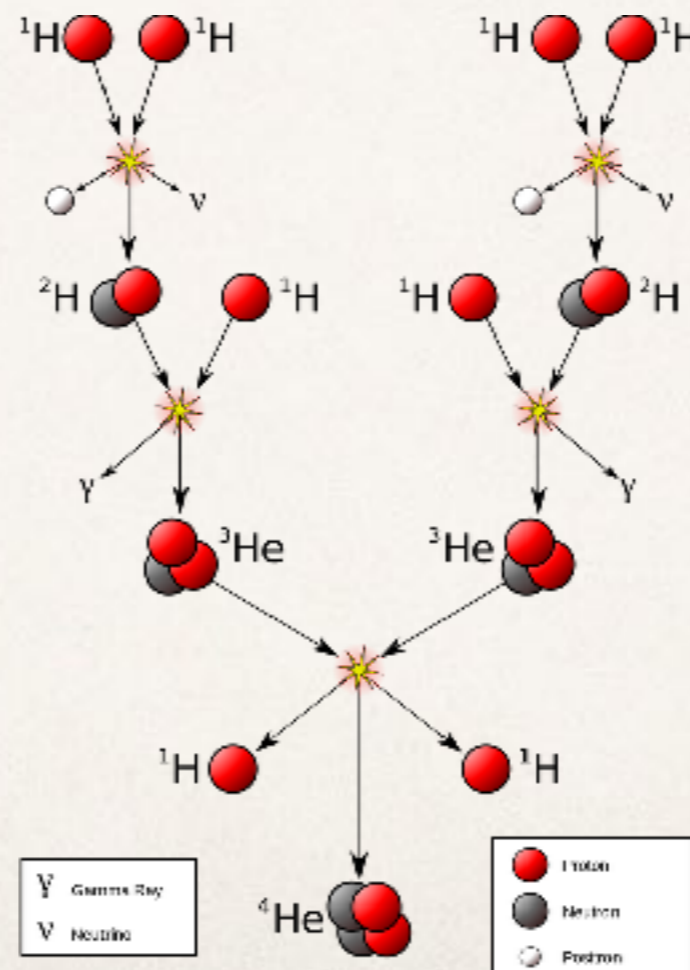
Come si forma un buco nero (stellare)?

- Uno dei meccanismi possibili di formazione di un buco nero stellare è il **collasso stellare**.
- Una stella è sostanzialmente una grande massa di atomi di idrogeno 75% e di elio 25% dove le reazioni nucleari tra questi elementi riescono a controbilanciare l'attrazione gravitazionale.

Catena protone-protone
nel sole circa:

10^{38} cicli p-p al secondo

26.7 MeV rilasciati per ciclo



Come si forma un buco nero (stellare)?

- Quando il combustibile (idrogeno) si esaurisce inizia un processo di raffreddamento e compressione.
- Nel 1930 Subrahmanyan Chandrasekhar (Nobel 1983) calcolò quale dovesse essere la massa di una stella per poter resistere al collasso gravitazionale una volta terminate le reazioni nucleari al suo interno:

$$M < 1.44M_{\odot} \equiv M_c$$

- Questo è appunto detto limite di Chandrasekhar (attualmente è di 1.39 masse solari)
- Quindi una stella come il sole, diventa, alla fine della sua storia, una **nana bianca**, cioè una stella sorretta dalla pressione di degenerazione degli elettroni dovuta al **principio di esclusione di Pauli**.

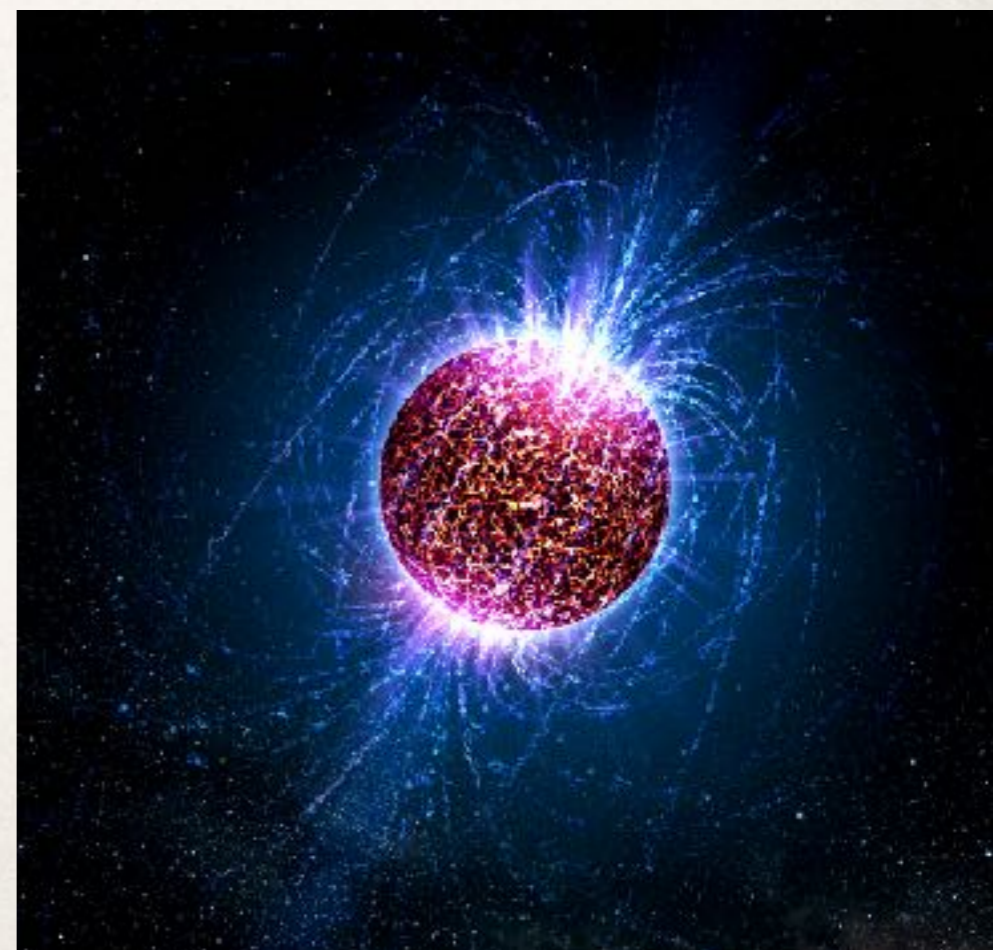


Come si forma un buco nero (stellare)?

- Quando la massa della stella supera il limite di Chandrasekhar, gli elettroni possono diventare relativistici e dare luogo al decadimento beta inverso: la trasformazione di protoni in neutroni



- La pressione di degenerazione degli elettroni viene così rimossa e la stella va incontro ad un collasso catastrofico a materia nucleare.
- Si forma così una **stella di neutroni**
- Anche i neutroni come gli elettroni sono particelle di spin $1/2$, **fermioni** cioè, ed obbediscono al principio di esclusione di Pauli
- Può la pressione di degenerazione dei neutroni sostenere la stella contro il collasso?



Come si forma un buco nero (stellare)?

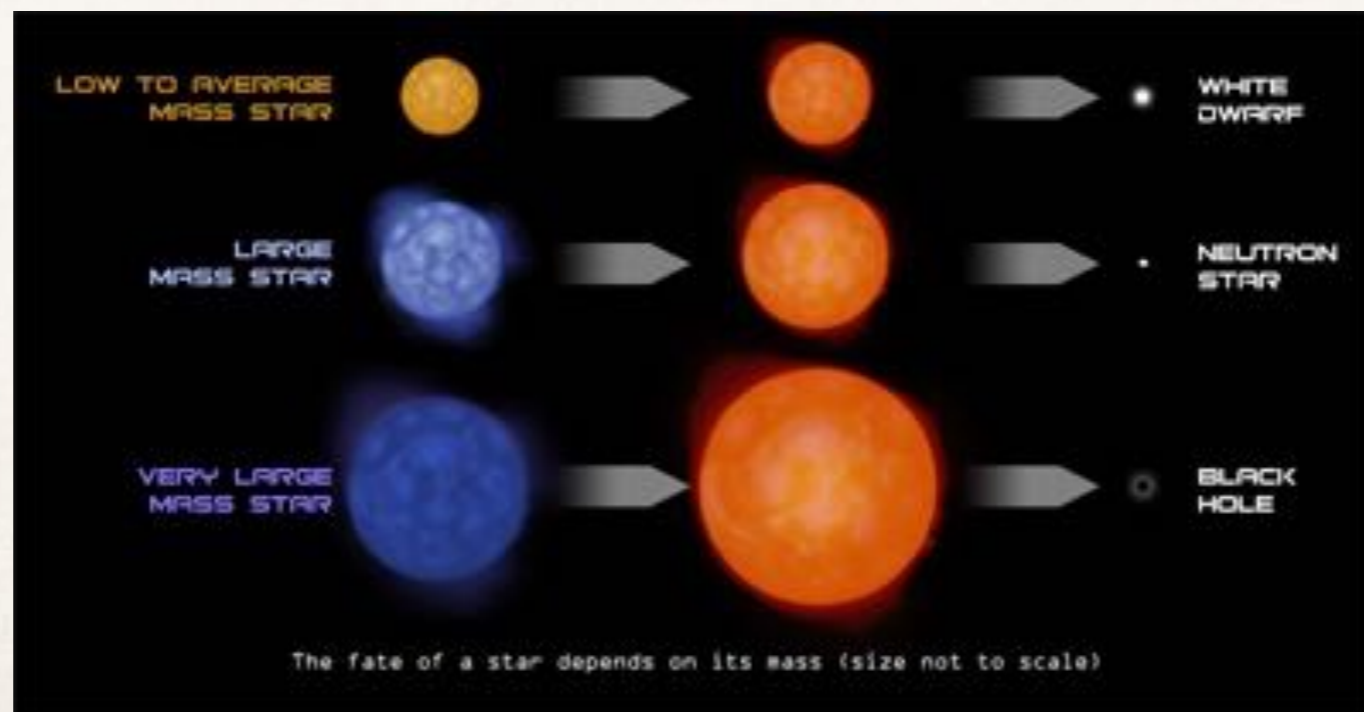
La risposta è sì purché la massa della stella non sia troppo grande

- 1939 limite di Tolman–Oppenheimer–Volkoff: TOV trovano un limite superiore alla massa di una stella di neutroni. Attualmente:

$$M < 3M_{\odot}$$

- Per masse superiori a queste si avrà il collasso gravitazionale in un **buco nero!**

Riassumendo



Che succede in un buco nero?

- Secondo le equazioni di Einstein della relatività generale

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

- e l'equazione delle **geodetiche**

$$\frac{d^2 x^\lambda}{d\tau^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} = 0$$

- dove

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2}g^{\lambda\rho} \left(\frac{\partial g_{\mu\rho}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\rho}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\rho} \right)$$

- sono i simboli di Christoffel,
- la deformazione che una massa induce nello spazio-tempo modifica le traiettorie dei corpi, poiché causa un cambiamento della metrica e quindi della forma dello spazio-tempo.



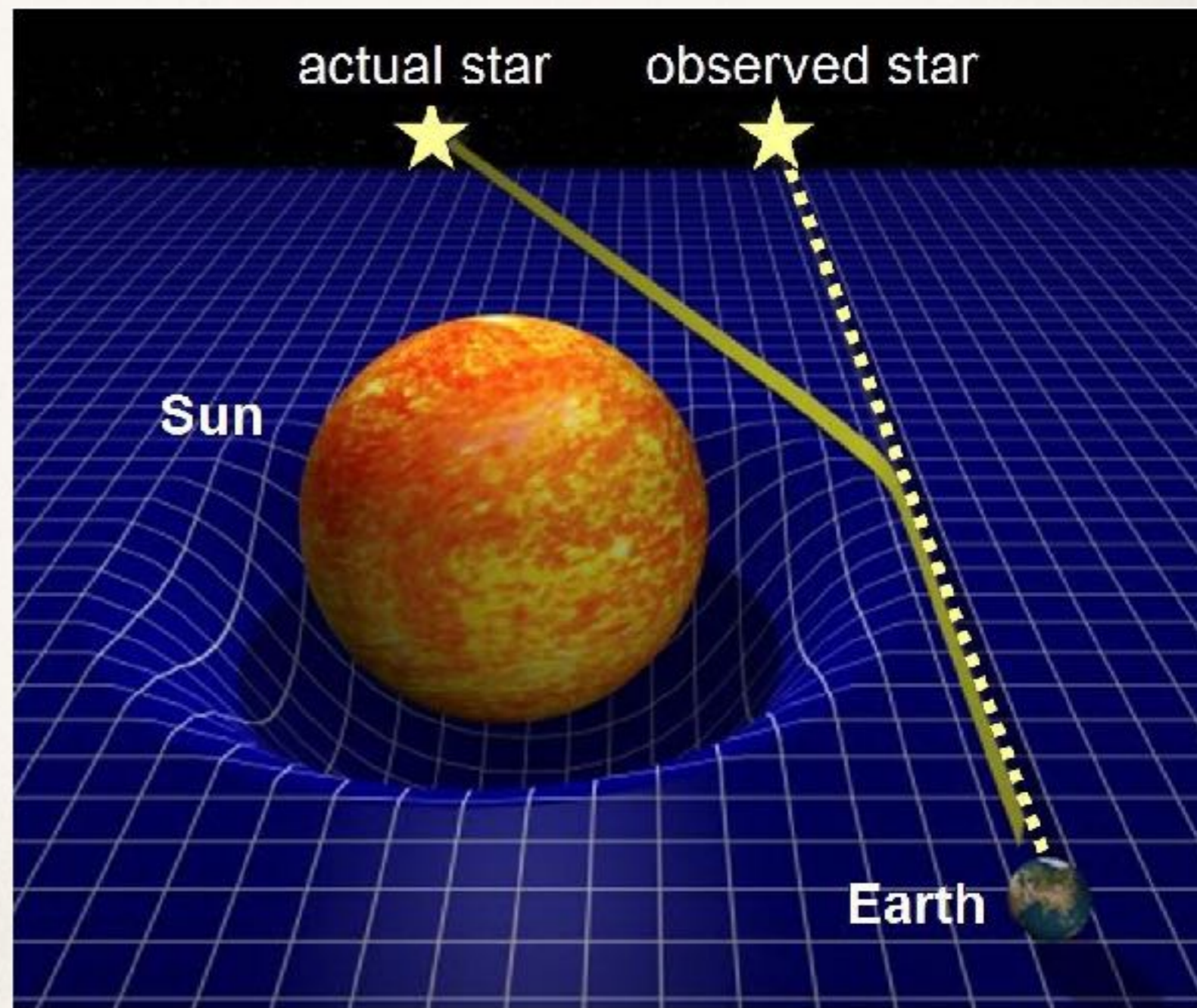
Che succede in un buco nero?

- Cosa fanno quindi le particelle, ma anche i fotoni, in un campo gravitazionale?

vanno diritte come nello spazio vuoto!

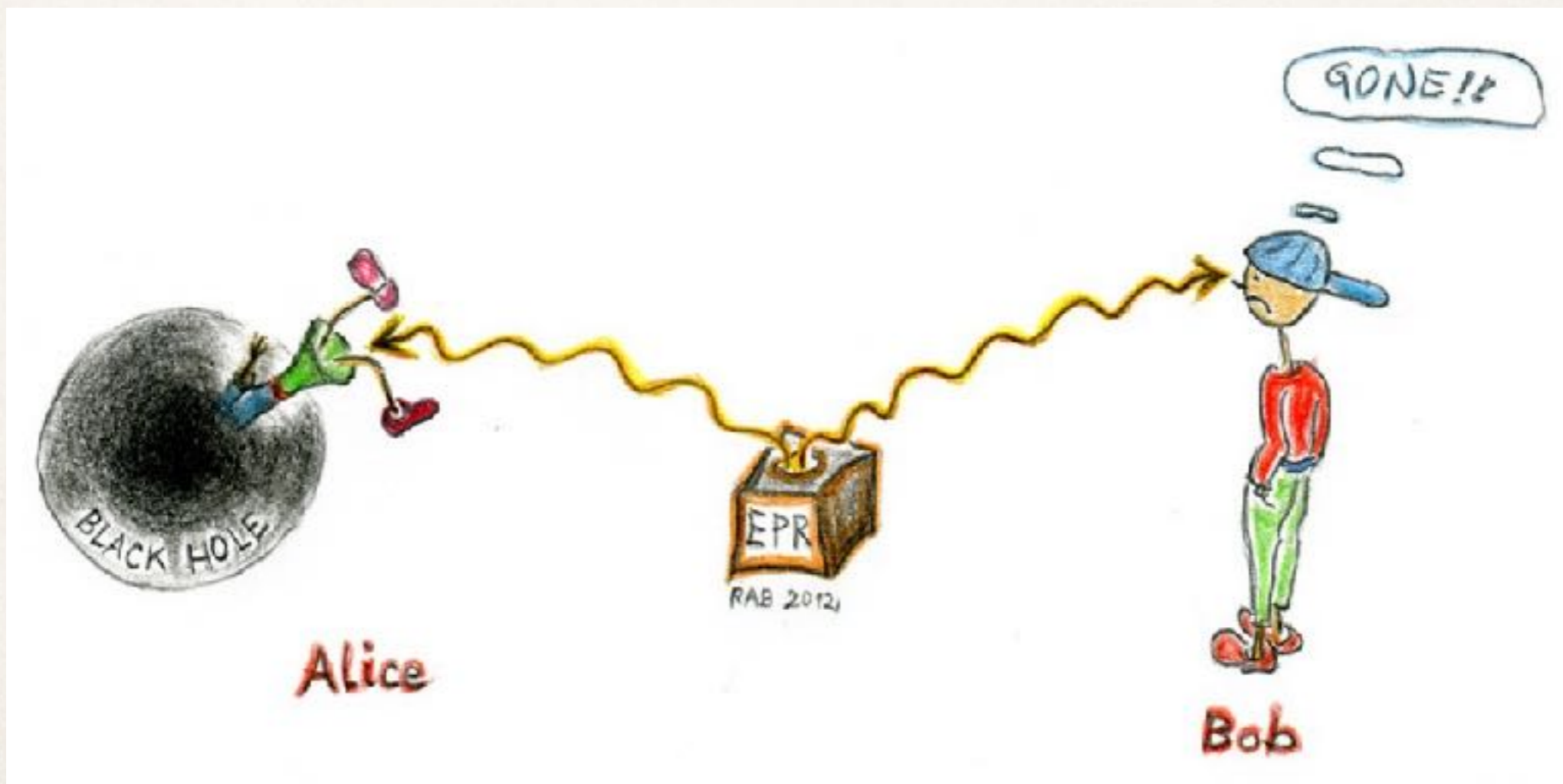
Ma è il concetto di diritto che è modificato dalla gravità!

- La metafora del **telo di Eddington** riassume la Relatività Generale: nello spazio curvo le linee diritte sono diverse, sono le **geodetiche**. La massa-energia curva lo spazio-tempo!



Che succede in un buco nero?

- Consideriamo una nave spaziale con 2 astronauti: Alice e Bob
- Alice e Bob scoprono che nella loro galassia c'è un buco nero.
- Bob, furbo, decide di rimanere sull'astronave, asintoticamente lontano dal buco nero e manda Alice a vedere che c'è vicino (e dentro) al buco nero per capire di che si tratta.



Che succede in un buco nero?

- Alice scende verso il buco nero, che supponiamo di Schwarzschild, lungo una geodetica radiale.
- Mentre Bob se ne sta tranquillo nell'astronave lontana in uno spazio-tempo piatto.
- Il tempo lungo la geodetica descrivente il moto di Alice è il tempo misurato da un orologio in caduta libera, è il **tempo proprio** di Alice.
- Il tempo misurato da Bob è il tempo dello spazio-tempo piatto, lo **spazio di Minkowski**.
- Risolvendo l'equazione delle geodetiche in uno spazio-tempo dato dalla metrica di Schwarzschild si trova che:



Che succede in un buco nero?

- Secondo Bob, Alice raggiunge il raggio di Schwarzschild $r=r_s$, cioè la superficie chiamata **orizzonte degli eventi**, in un **tempo infinito!** Bob vede Alice che rallenta sempre di più senza mai raggiungere $r=r_s$
- Durante questo tempo infinito scorre tutta l'evoluzione dell'universo.
- Alice invece, raggiunge l'orizzonte degli eventi in un **tempo finito** (sul suo orologio) e continua il suo viaggio attraversando senza accorgersene l'orizzonte degli eventi ed essendo attratta dalla vera e propria singolarità a $r=0$!
- Alice cioè può vedere cosa succede dopo il tempo **t=infinito** di Bob.
- Da questo capiamo perché un buco nero è chiamato così.



Che succede in un buco nero?

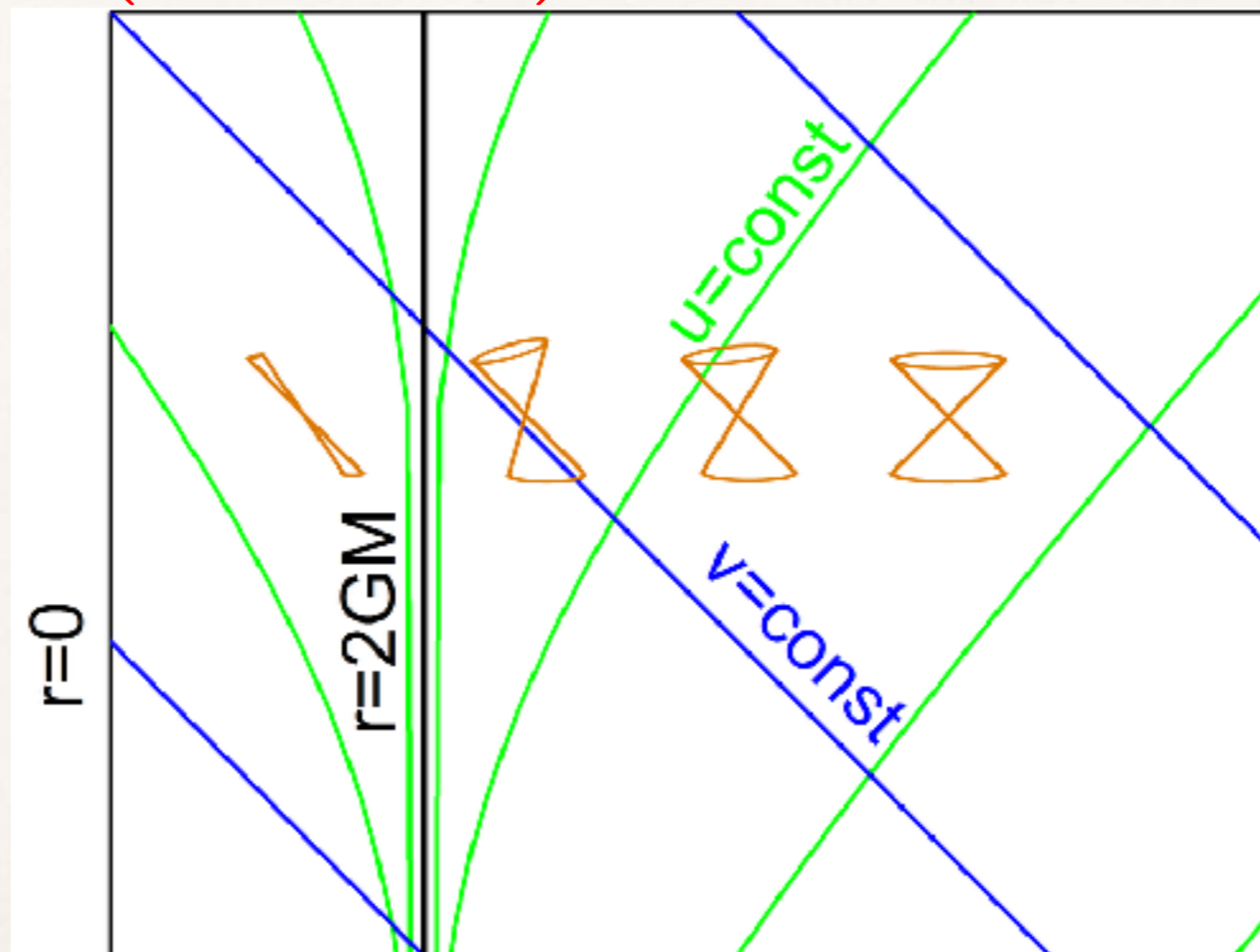
- Invertendo il segno del tempo, ad una particella emessa sulla superficie $r=r_s$ serve un tempo infinito per arrivare all'astronave.
- Se consideriamo radiazione luminosa, anche alla luce occorrerebbe un tempo infinito per raggiungere l'astronave, cioè non ci arriva mai, il corpo è **nero**.
- Quindi se una stella riduce le sue dimensioni fino al raggio di Schwarzschild (per corpo sferico statico), diventa invisibile per noi. La luce che emette subisce quello che si chiama un **redshift** infinito (cioè un **effetto Doppler** infinito verso lunghezze d'onda sempre più grandi) da cui anche il nome di **orizzonte per $r=r_s$**



Che succede in un buco nero?

- La metrica di Schwarzschild in coordinate di Kruskal-Szekeres diviene (con $c=1$):

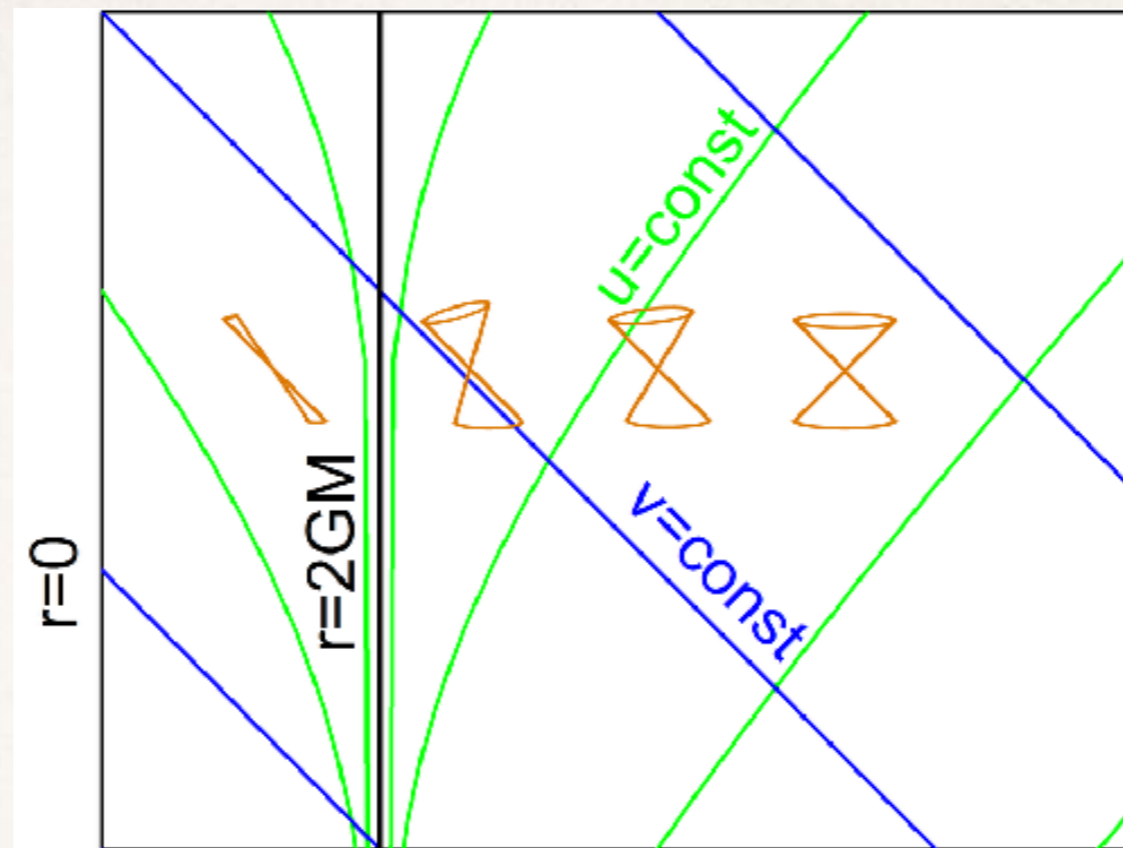
$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2MG}{r} \right) dudv + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$



- In una riga: il buco nero è una regione da cui niente può scappare. Ma perché?



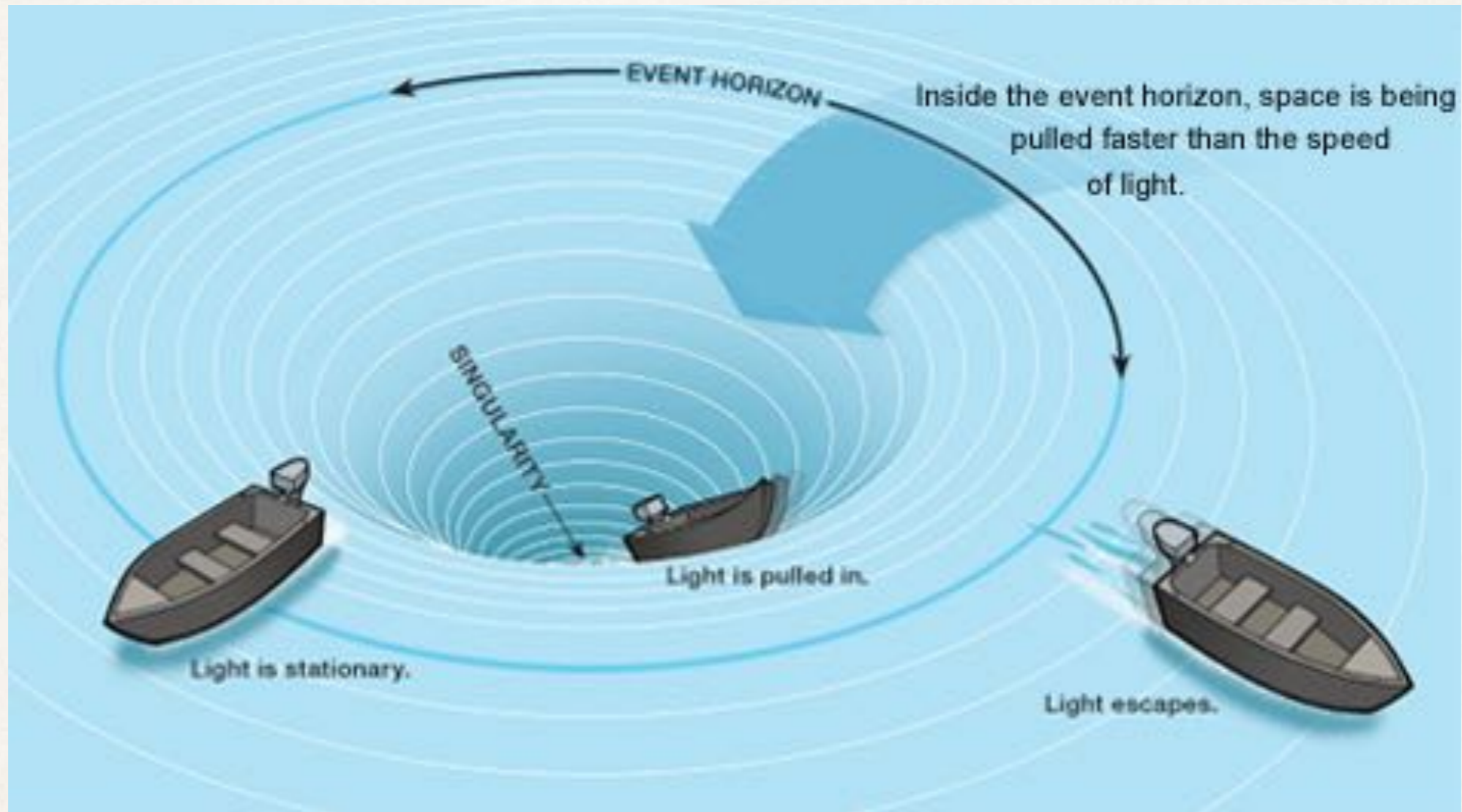
Che succede in un buco nero?



- I **coni-luce**, che descrivono qual è il futuro di una particella, cominciano a deformarsi andando verso **$r=2GM$** . Si piegano verso **$r=0$** .
- Dopo aver attraversato l'orizzonte degli eventi, i coni-luce puntano verso **$r=0$** .
- La regione **$r < 2GM$** è causalmente sconnessa dalla regione **$r > 2GM$**
- Conoscendo il futuro non si può ricostruire il passato.



Che succede in un buco nero?



Grazie dell'attenzione!

gianluca.grignani@unipg.it

